

Frações Contínuas e Números Irracionais

Eduardo Cunha
Raul Aparício Gonçalves

QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO

Designa-se por fração contínua a uma expressão que se obtém através de um processo iterativo de representar um número como soma da sua parte inteira com o inverso de um outro número, outro número que por sua vez se escreve como soma da sua parte inteira com o inverso de outro número, e assim sucessivamente.

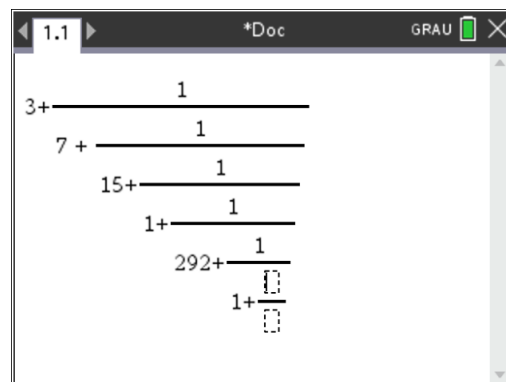
A imagem ao lado permite de uma forma visualmente mais simples definir uma fração contínua, sendo que $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ são números inteiros e designam-se por sequência geradora da fração contínua.

$$a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{a_n}}}}$$

1. Calcula, apenas recorrendo a lápis e papel e ao cálculo mental (sem recorrer à tecnologia) o valor da fração contínua para a sequência 1, 2, 3, 4 e 5. Apresenta o valor obtido na forma de fração e, usando a tecnologia, na forma decimal.

2. Calcula agora, usando a calculadora da TI-Nspire CX II, a fração contínua para a sequência 3, 7, 15, 1, 292, 1, 1, 1, 2, 1, 3 e 1. O valor decimal faz-te lembrar algum número? Qual?

Verifica se se trata de uma boa aproximação?



3. Calcula as frações contínuas para as seguintes sequências de números inteiros:
 - 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 e 1
 - 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2 e 2

Estas frações são aproximações racionais de que números irracionais?

INDO MAIS ALÉM

A programação é uma ferramenta muito potente e que, nos dias de hoje, está presente em quase tudo que nos rodeia.

Serás tu, com ajuda dos teus colegas e pesquisando na web, capaz de construir uma função em TI-Python que aceite como argumento uma lista de números inteiros positivos e cujo resultado seja o número real resultante da fração contínua.

