谈 TI 图形计算器背景下的数据处理方法

福建省福州三中 林风

今年在教育部新修订的教育行业标准(JY/T 0406—2010)中首次列入高中理科教学仪器配备标准，图形计算器将逐步应用到中学数学教学中，因此学习和研究图形计算器对深入开展新课程改革，实现数学教学方式的转变都将产生积极的意义。数据作为数学研究的对象之一，高中数学中的许多内容（如函数、数列、方程、不等式、三角函数等）都与之相关，利用 TI 图形计算器处理数据问题尤其优势和特性，本文以 TI 图形计算器（以美国德州仪器公司生产的 TI-84 Plus Silver 为例，以下简称“TI”)，说明在“TI”在数据分析、处理、应用中的优势和特点。

一、展现数据是多元动态关联的特性

数学中各个知识的多元动态关联的实质是对同一数学对象（数学概念、法则、表达式、定义等等）给出几种不同的表示，从而使数学对象不同方面的特征得到显示。以往的教学由于技术条件的限制往往只重视或只能呈现数学的某一方面，常常是割裂了或忽视数学在整体上的完整性、相关性、生动性以及和谐性，“只见树木，不见森林”。“TI”与数学教学整合的优势之一就是可以使数学不同分支的内容成为一个动态关联的整体，将数据的多方面信息和内容在屏幕上呈现，让数、形、表的关系浓缩一“屏”，为理解问题、探索解法提供了最为原始、生动、直观、全面的信息，使得数、形、表的结合真正从理论走向实践。

例 1. 函数 $y = x - 2 + \sqrt{4 - x^2}$ 的最小值是________;最大值是________.（珠海市 2009 年高中数学竞赛）

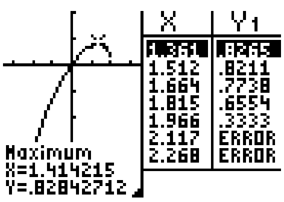


图 1

函数作为一种特殊的数据问题，用演绎的方法需要有一定的技巧，而借助“TI”作图(GRAPH)、列表(LIST)、求交点(INSECTE)、跟踪(TRACE)等功能，我们在屏幕上（图 1）可以即时随意地了解函数的全貌、函数值，函数的零点、函数性质（单调性等)、函数列表形式、函数最值的具体数据（如图，当 x=1.414215 时，函数的最大值（Maximum）为 0.82842712，也可以求得最小值（Minmum）当 x=3 时，y_{min}=-4)。

例 2. 当 $0 < x \le 20$ 时，求方程 $[\frac{x}{2}] + [\frac{x}{3}] + [\frac{x}{5}] + [\frac{x}{7}] + [\frac{x}{9}] = x$ 的正整数解。

传统方法解答需要巧妙的构思和繁杂的验算，有一定的难度，而且学生解答完毕往往还不知问题的背景是什么，利用“TI”解答有两条途径:

方法一：构造函数$Y1=\mathrm{int}(x/2)+\mathrm{int}(x/3)\mathrm{int}(x/5)+\mathrm{int}(x/7)+\mathrm{int}(x/9)-x$（int（x）取不超过 x 的最大整数，图 2），并有下列两种方法得到方程的解，①数表法；根据表格中的数值得到方程的零点为 x=6，x=7，x=8（图 3）；②零点法：按 2nd—CALE-ZERO,得到上述零点（图 4）.

方法二；作出函数$Y1=\mathrm{int}(x/2)+\mathrm{int}(x/3)+\mathrm{int}(x/5)+\mathrm{int}(x/7)+\mathrm{int}(x/9)$（x>0 and x$\le 20$）与 $y2=x$的图象（图 5、图 6）通过求交点工具 intersect 逐一求出零点分别为 x=6，x=7，x=8，同时还可以根据需要有选择地在方寸屏幕上单屏显示或双屏显示（将 MODE 下的 FULL 更为 G-T，图 6)；

方法三：构造数列，将数列 seq{[x/2]+ [x/3]+ [x/5]+ [x/7]+ [x/9]-x}$(1\le x\le 20, x\in N)$转化为数组 L1（图 7）,构造数列 seq{1,2，…，20}并转化为数组 L2（图 8），通过列表找出方程[x/2]+ [x/3]+ [x/5]+ [x/7]+ [x/9]-x = 0 的零点（图 9），得到原方程的零点为 x=6，x=7，x=8（图 3）。将方程、函数、数列、数组建立起多元关联的共同体，一题多解、一题多变，体现数学形式多样性与内涵一致性的统一，”TI”出色的数学化特征让数学的呈现方式更形象、更直观、更全面、更精彩。

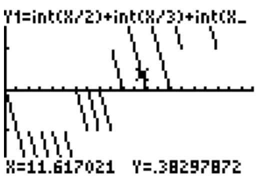


图 2

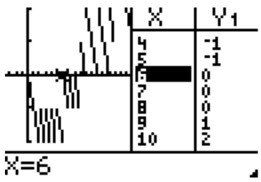


图 3

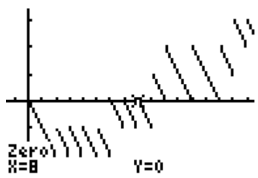


图 4

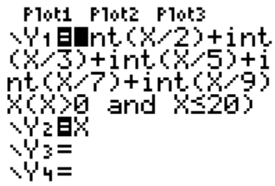


图 5

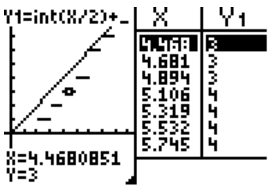


图 6

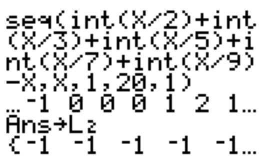


图 7

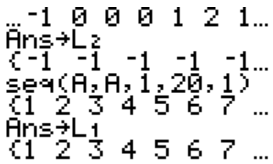


图 8

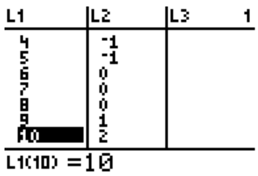


图 9

二、数据处理方法是一种有效的问题解决方法，

信息计算正以日新月异的速度不断进步，数学的追求与技术（科学）发展的目标是统一的。“TI”的计算、解方程、绘图像、数据统计、数值计算、符号演算、图形演示等功能让我们可以快速、有效、科学、便利地将许多问题转化为数据处理方法，让学生看到数据方法在解决问题中的重要作用和广泛前景。

笔者在开展选修性学习、研究性学习过程中 ，让学生学习“TI”技术、开展数学探究、数学实验活动，关注身边的数学、解决身边的数学，学会用数据处理的方法解决问题。

案例一：数学实验——概率问题

例 3，模拟抛掷一枚正规的硬币实验，体验古典概率中频率与概率的关系。

学生通过“TI”模拟硬币实验，体验知识的发生、发展、深化的过程，感知数据与生活的关系。学生首先利用“TI”第一步产生一个数列顺序号（1~300）存入数组 L1 中，第二步产生一组由 0,1 组成的数组 L2（0 表示硬币反面，1 表示硬币的正面）,利用命令 cumSum（L2）统计数组 L2 中 1 的个数，第三步计算得到的频率 L3，并转化为分数形式(图 11)，第四步作出频率的散点图（图 12、图 13）。

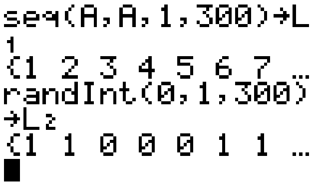


图 10

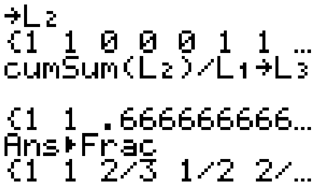


图 11

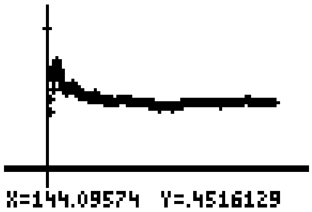


图 12

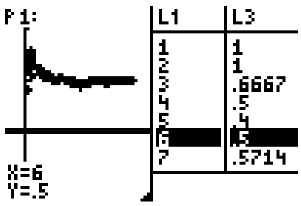


图 13

“TI”通过对复杂现象的仿真建模，对数据流进行缩成和可视化，到达问题数学化的目的。

案例二：数学建模——《掌纹中的数学》

在学习人教版必修 3 变量之间的相关关系时，《掌纹中的数学》是学生利用“TI”研究的一个小课题，通过“TI”的拟合函数功能研究自己手中的“生命密码”——智慧线、情感线、生命线，即生命线——漫长悠扬(对数函数曲线)，感情线——平缓稳重（幂函数曲线），智慧线——舒缓上升（指数函数曲线）。以生命线为例，通过建立适当的直角坐标系，收集数据（生命线上适当点的坐标），作出散点图（图 15，16），利用统计（STAT）下的 CALC 的自然对数拟合的功能（LnReg）（图 17）得到生命线的对数函数为 $y=-0.1125424446+1.368120106x$（图 18）。

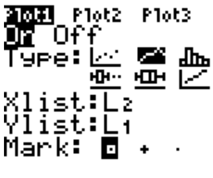


图 15

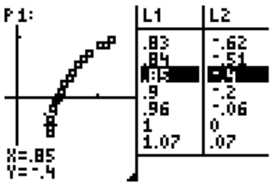


图 16

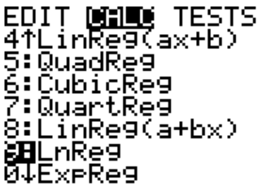


图 17

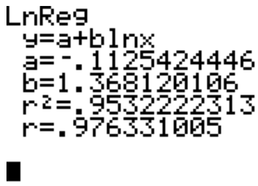


图 18

这里虽然没有传统意义下的设元、列式、求解、作答的解题套路过程，但是依然经历了实际问题数学化的过程，掌纹线→数学曲线→坐标化→数据化→数学实验（拟合化）→问题解决→回归实际，数学知识、数学学习、数学实验有机地结合在一起。 同时“TI”作为学——用——习的数学工具提供了许多能解决符合实际问题背景的常用数学拟合函数模型（如二次函数、三次函数、四次函数、对数函数、三角函数等），为解决问题提供了科学、有效、方便的工具。学生做的其他研究性小课题还有《麦当劳曲线研究》、《小区用电情况分析》、《校门口车辆流量分析》等等。

现代科技的发展需要高科技的工具，需要有娴熟信息技术素养的人才，“TI”让数学学习成为一种数学实

验，数学探究，实现知识学习、技术应用、实验操作的有机结合，大大拓展了数学学习的空间和内涵。

三、数据方法丰富和拓展了数学的内涵

“TI”作为一种高科技的工具不仅丰富了数学的表现形式、改善了我们的教学方式，而且也进一步丰富和拓展了数学的内涵，使我们对数学和数学知识、结构、关系等有新的认识和启发。

1、 对现有知识认知的深化与提升

例 4.(2009 年高中数学联赛四川赛区初赛试题)设数列$\{a_n\}$满足：$a_1=2$，$a_{n+1}=1-\dfrac{1}{a_n}$，记数列$\{a_n\}$的前n项之积为P_n，则P_{2009}的值为（　　） A、$-\dfrac{1}{2}$　 B、-1　 C、$\dfrac{1}{2}$　 D、1

传统的解题主要用到迭代法、周期性、分式化简等，涉及复杂的符号转换和变形，有一定的难度，即因为$a_{n+2}=1-\dfrac{1}{a_{n+1}}=1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{a_n}}=\dfrac{-1}{a_n-1}$，于是$a_{n+3}=1-\dfrac{1}{a_{n+2}}=1-\dfrac{1}{\dfrac{-1}{a_n-1}}=a_n$，故$\{a_n\}$是以 3 为周期的周期数列又$a_1=2$，$a_2=\dfrac{1}{2}$，$a_3=-1$，从而$P_3=-1$,所以，$P_{2009}=(-1)^{669}P_2=-1$. 故答案选 B.

“TI”的解决方法主要有两种途径，一是在解题中主要通过数列迭代（图 19），作出散点图发现数列的周期性（图 20），将抽象的问题转化为直观的数表和图象，数列的周期性一目了然，二是在 FORMAT 中选择 Web 方式，按 TRACE 键和右方向键后我们就可以发现光标依次循环地在缺角矩形的顶点移动，同时屏幕上也给我们留下了显示数列变化过程的 Web 图.数列上的点始终在缺角矩形的五个点上运动，其中纵坐标始终落在集合{-1　$\dfrac{1}{2}$，2}上（图 21），数列的周期性直观生动，简明易懂，让学生从数形结合、数表结合的角度看到问题的本质，看到一类数列的“蛛网”现象（诸如此类数列问题还有数列的不动点、混沌问题），这是对传统教学内容的一次深化和提升，展现了数学丰富多彩、内涵深刻的景象。

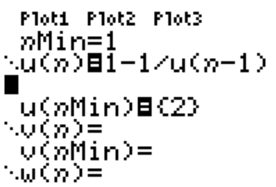


图 19

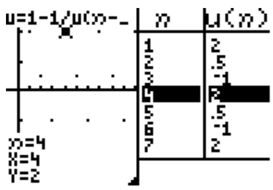


图 20

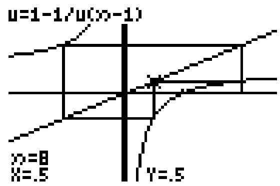
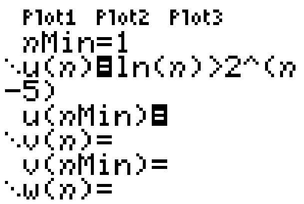


图 21

例 5.比较$\ln n$与2^{n-6}（$n\in N^*$)的大小。

传统的证法主要有数学归纳法，求导法等，使用“TI”可以将其转化为逻辑的真假判断，如图其中 1 为真，0 为假，从表中可以看出当 n=2,3,4,5 时$\ln n>2^{n-6}$命题为真，否则 n=1，n=6,7.8,……为假。问题的立意发生了巧妙的变化，体现了数学不同知识之间内在的一种交汇和联系。



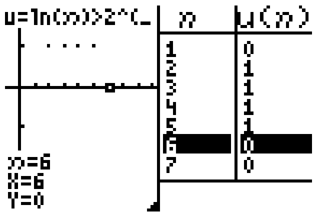


图 22　　　　　　　　图 23

在知识的交汇处理解数学，应用数学是新课标倡导的教学落脚点和着力点，在“TI”的平台上简易逻辑与数列、不等式不期而遇，有效整合，丰富了我们对问题内涵的理解，相信随着图形计算器在教学中的逐步推广和应用将对数学问题的呈现形式，命题立意，高考考查内容产生积极和深远的影响。

2、形成一种数组化的解题方法

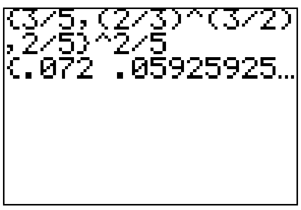
“TI”具有强大的数据处理能力，而且它在使用上遵循数学的规律和特点，形式多样、关联明显、可以深化我们对数学中许多问题的理解和应用，形成一种数组化处理问题的新思路。

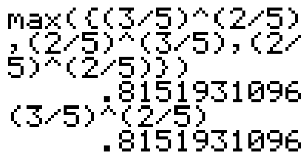
例 5.（2010 安徽文数）设 $a=(\frac{3}{5})^{\frac{2}{5}}, b=(\frac{2}{5})^{\frac{3}{5}}, c=(\frac{2}{5})^{\frac{2}{5}}$，则 a，b，c 的大小关系是

（A）a＞c＞b　　（B）a＞b＞c　　（C）c＞a＞b　　（D）b＞c＞a

由于 $b=[(\frac{2}{5})^{\frac{3}{2}}]^{\frac{2}{5}}$,借助“TI”对数组$\{\frac{3}{5},(\frac{2}{5})^{\frac{3}{5}},\frac{2}{5}\}$一次性实施幂运算，即{3/5，（2/5）^(3/2)，（2/5）}^(2/5)，

计算得 a=0.72,b=0,05925925,c=0.32（图 24）.因此选 A，也可以对数组$\{\frac{3}{5},(\frac{2}{5})^{\frac{3}{5}},\frac{2}{5}\}$一次性求最大值，即用命令 max（{（3/5）^(2/5)，（2/5）^(3/5)，（2/5）^(2/5)}）（图 25），求出最大值为 a，同理再求出 b、c 中的最大值为 b。这与传统的构造函数、利用函数单调性求证（由简至繁，以退为进）不同，“TI” 让同类不同型的问题“集合”在一起，巧妙地利用幂运算对数组的整体上逐一分配运算，这种“分配律”的处理是新颖的数组化处理方式，对数学学习和应用都有积极的意义。





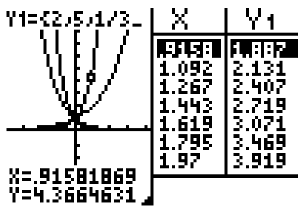
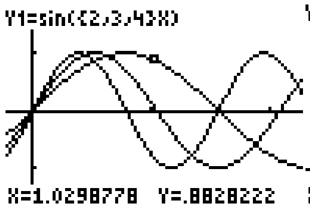
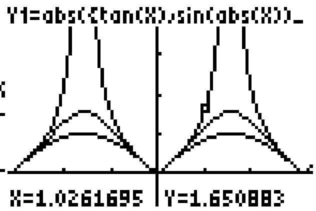
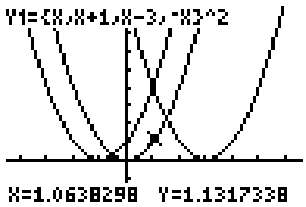


图 24　　　　　　　　图 25　　　　　　　　图 26







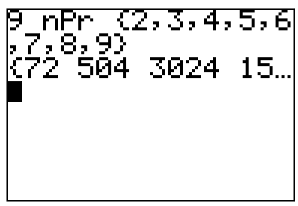


图 27　　　　　图 28　　　　　图 29　　　　　图 30

类似的数组化处理的应用还可以列举如下：

① 作出函数 $y=2^x, y=5^x, y=(\frac{1}{3})^x, y=0.15^x$ 的图象，通过命令 y1={2,5，1/3,1/5}^x，通过 GRAPH 得到四个函数的图象，并可以根据需要跟踪不同函数的取值情况（图 26）;

② 作出 $y=\sin x, y=\sin 2x, y=\sin 3x\cdots$ 的图象，可通过命令 y_1=sin（{x,2x,3x}）（图 27）;

③ 作出 $y=|\tan x|, y=\sin|x|, y=|\tan|\sin x||\ \cdots$ 的图象，可通过命令 y1={abs(tanx)，sin(abs(x);abs(tan(abs(x)) }（图 28）

④作出 $y=x^2, y=(x-1)^2, y=(x+3)^2$，$y=(2x-1)^2$ 的图象，可通过命令 $y1=\{x.x+1, x-3, -x\}$^2（;

⑤求值 $A_9^2, A_9^3, A_9^4, ..., A_9^9$，可通过命令 9 nPr {2,3,4,⋯,9}

在“TI”对数学中“类”和“型”的处理尤其独特的优势和特点，充分体现了数学既是科学，也是技术的思想。

3、丰富了一题多解的方式

数学问题的解答不同的视角有不同的方法，数学学习离不开一题多解，“TI”作为一种技术工具，不仅能快速地解决问题，而且能够凸显数学自身的特点，一题多解成为数学和“TI”的共同追求，体现了数学与技术的完美整合。

例 6.已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_n=(n-10)\ln n$，求$\{a_n\}$前 300 项中的最大值，最小值。

传统的解题方法主要通过转化为函数，求导、求最值，或通过单调性定义，解法比较单一复杂，是一个需要一定解题长度的问题。利用“TI”的主要方法如下：

方法一：用求值方法，将数列 seq((N-10)ln(N))转化为数组 L1，由 MATH→NUM→max（L1）得到最大值为 1654.096918，由 MATH→NUM→min（L1）得到最小值为-8.317766167（图 31）;

方法二；用数表方法，即将数组 L1→L2（将数组 L1 另存为数组 L2），由 STAT→SortA(L1)(将数组 L1 按降幂排列),数组 L1→L3(将数组 L1 另存为数组 L3)由 STAT→SortA(L1)(将数组 L1 按升幂排列,若用 SortD(L1)则是降幂排列)，得到数表（图 32，图 33，图 34）;

方法三；用数列作图法，利用数列作图和列表方式，结合数、表、形和跟踪（TRACE）得到最小值（图 35,图 36）;

方法四；用函数方法，借助取整函数 int（int（x）取不超过 x 的最大整数），作出函数 y1=（int（x）-10）ln（int（x））（1≤x and x≤300），由 2nd→CALC→minmum，用键盘根据图象确定函数的上界和下界，求出最小值为-8.317766（（图 37，图 38）。

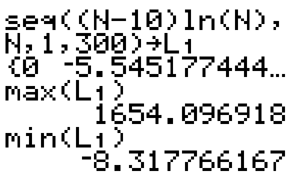


图 31

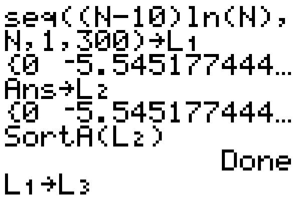


图 32

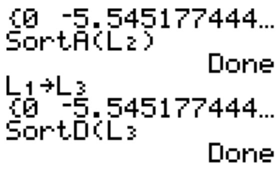


图 33

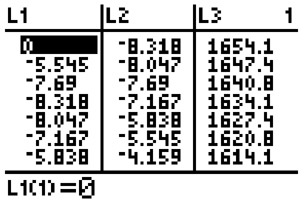


图 34

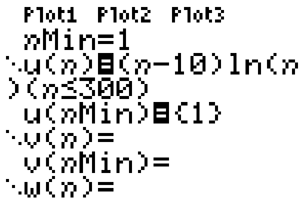


图 35

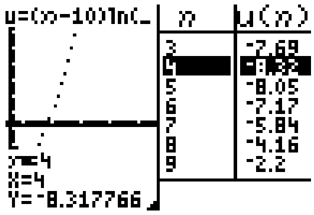


图 36

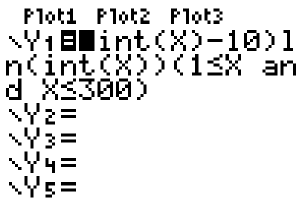


图 37

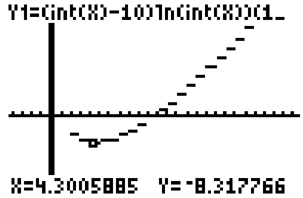


图 38

数值计算、数组、数表、函数等等在数据这个大家庭里，交汇贯通，“TI”赋予一题多解新的技术，新的形式，新的内涵，赋予数学以时代特色。

“TI”的应用使得我们对数学知识的结构、属性、关系有了新的认识，它让学生学习数学有更多的想象、猜想的空间，让学生数学学习更有激情、更有创意。相信随着“TI”与数学教学逐步推广和深入，数学教学必然呈现新的气象。

[1]白雪峰。图形计算器给学生一个创造的机会。—浅谈 图形计算器在数学课堂教学中的作用。教育科学研究，2001.5：42-46

[2] 林　风. 发挥TI优势 促进数学教学多元目标的有效建构[J]， 福建中学数学 2009（2）:46-49